

DIPLOMVORPRÜFUNG (1. Teil, CBI)

Mathematik für Ingenieure I + II, 10.10.2003, 7:30-9:00 Uhr

Prof. Dr. J. Jahn

Außer elektronischen Geräten sind alle schriftlichen Hilfsmittel zugelassen.

Aufgabe 1

(10 Punkte)

Für $t \in \mathbb{R}$ sei die Matrix A_t gegeben durch

$$A_t := \begin{pmatrix} 2 & 8-2t & -6+2t \\ 0 & -4+2t & -4+2t \\ 2-t & -2+t & 0 \end{pmatrix}.$$

a) Welchen Rang hat A_t in Abhängigkeit von t ?

b) Für welche Werte von t ist $A_t \cdot x = b$ lösbar, wobei $b^t := (4, 0, -4)$.

Aufgabe 2

(10 Punkte)

Bestimmen Sie alle Eigenwerte und zugehörige Eigenvektoren der Matrix

$$C := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3

(10 Punkte)

Geben Sie das Taylorpolynom zweiter Ordnung mit Entwicklungspunkt $(0, 0)$ der Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) := (x^2 - 4xy) \cosh(x + y) \text{ für alle } (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

an.

Aufgabe 4

(10 Punkte)

Bestimmen Sie den Schwerpunkt von

$$G := \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 1 - z, 0 \leq z \leq \frac{1}{2} \right\}$$

mit der Dichte $\rho(x, y, z) \equiv 1$.